第35講　コンデンサー1

1

コンデンサーに関する次の問に答えよ。ただし，真空の誘電率を ε_0 [F/m] とする。

問1

図1のように，面積 S [m^2] の2枚の極板を真空中で d [m] 離した平行板コンデンサー C_0 を，V [V] の直流電源（電池）に接続して充電した。

図1

(1)　C_0 の電気容量 C_0 [F] を求めよ。

(2)　C_0 の極板間の電場の強さ E_0 [V/m] を求めよ。

問2

面積 S [m^2] の2枚の極板を真空中で $\dfrac{2d}{3}$ [m] 離した平行板コンデンサー C_1 と，面積 S [m^2] の2枚の極板を真空中で $\dfrac{d}{3}$ [m] 離した平行板コンデンサー C_2 を，図2のように，V [V] の直流電源（電池）に接続して充電した。

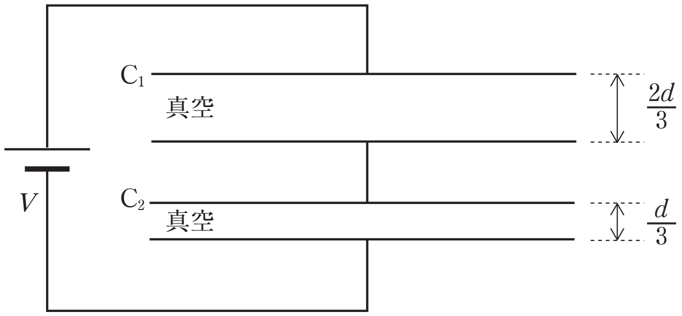


図2

(1)　C_1，C_2 それぞれの電気容量 C_1 [F]，C_2 [F] を求めよ。

(2)　C_1 と C_2 の合成容量 C [F] を求めよ。

(3)　C_1，C_2 それぞれの極板間の電場の強さ E_1 [V/m]，E_2 [V/m] を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問3

図3のように，面積 S [m^2] の平行な2枚の極板を真空中で d [m] 離し，厚さ $\frac{2d}{3}$ [m]，比誘電率 ε_r の誘電体を極板間に挿入した。次に，この平行板コンデンサーC_3を V [V] の直流電源（電池）に接続して充電した。

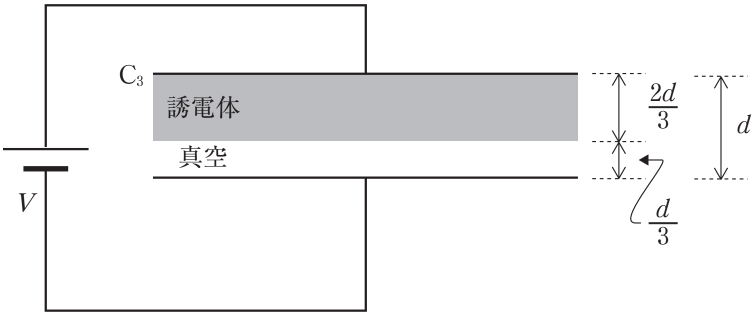


図3

(1)　C_3の電気容量 C_3 [F] を求めよ。

(2)　C_3の極板間の誘電体中の電場の強さ E_3 [V/m] を求めよ。

(3)　C_3の極板間の真空部分の電場の強さ E_4 [V/m] を求めよ。

問4

図4のように，問3で挿入した誘電体を半分だけ取り除き，極板の面積 $\frac{S}{2}$ [m^2] の部分では極板間は真空となるようにした。この平行板コンデンサーC_4の電気容量 C_4 [F] を求めよ。

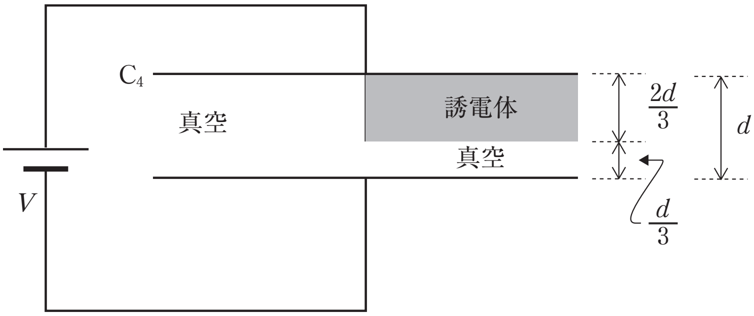


図4

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

　極板の面積 S [m^2]，間隔 d [m] の平行板コンデンサーがある。図1のように，コンデンサーにはスイッチを通して起電力 V_0 [V] の電池がつながれている。ここで，抵抗 R [Ω] は電池の内部抵抗であり，導線の抵抗は無視する。コンデンサーの負側の極板は接地されている。スイッチを閉じてコンデンサーを充電し，十分に時間がたった後スイッチを開く。このときコンデンサーに蓄えられた電荷を Q_0 [C] とする。極板の端の影響は無視できるものとする。以下の文章の空欄を埋めよ。空欄 (オ) には適切な語句を記入せよ。空欄 (サ) と (セ) には，問題文の最後にある選択肢(a)〜(c)から正しいものを選び記号で答えよ。その他の空欄については，適切な数式を本文中の記号 Q_0，S，d，ε_0，ε_r および数字を使って答えよ。また，設問(3)と(4)に従ってグラフを描け。

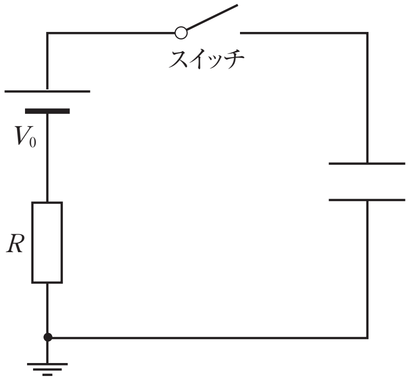


図1

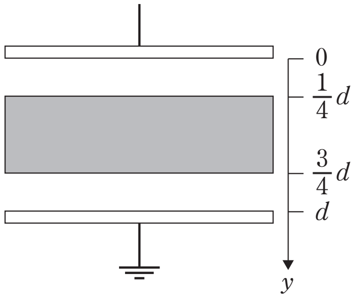


図2

(1)

　極板間は真空であるとし，真空の誘電率を ε_0 [F/m] とする。極板間の電気力線の本数はコンデンサーの電荷 Q_0 に比例し，極板間の電界の強さ E [V/m] は単位面積当たりの電気力線の本数に等しいから，電界の強さは，$E=$ (ア) Q_0 である。したがって充電電圧 V_0 とコンデンサーの電荷 Q_0 との関係は，$Q_0=$ (イ) V_0 となり，この比例定数がコンデンサーの電気容量 C_0 [F] を与える。ここで，電池がコンデンサーを充電するのに要した仕事 W [J] は (ウ) V_0 であり，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U_0 [J] は (エ) V_0 である。その差は (オ) として消費される。

(2)

　極板間に働く力 F [N] を求めたい。極板間隔 d における静電エネルギーは $U_0=$ (カ) d と表される。極板をゆっくりと Δd [m] だけ引き離すときの静電エネルギーの変化分 ΔU [J] は外から加えた仕事 $F\Delta d$ に等しい。これより，$F=$ (キ) $Q_0{}^2=$ (ク) Q_0E となることがわかる。

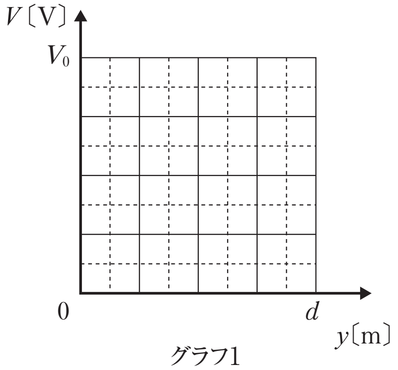
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

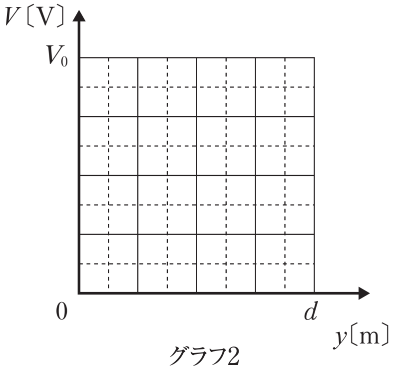
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑶

スイッチを開いた状態で，図２のようにコンデンサーの中央に，極板と同じ大きさで厚みが$\dfrac{d}{2}$の電荷をもたない導体を挿入した。このときのコンデンサーの電気容量は，導体挿入前の［㋘］倍となる。図２に示すように，正側の極板上を座標の原点として負側の極板に向けてy軸をとるとき，$0 \leqq y \leqq d$における電位変化の様子をグラフ１に描け。また，コンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは導体挿入前の［㋙］倍となるから，導体は挿入時，［㋚］ことがわかる。



グラフ1



グラフ2

⑷

⑶と同様に，スイッチを開いた状態で，コンデンサーの中央に，極板と同じ大きさで厚みが$\dfrac{d}{2}$，比誘電率が$\varepsilon_r\,(>1)$の帯電していない誘電体を挿入した。このときのコンデンサーの電気容量は，誘電体挿入前の［㋛］倍となる。$\varepsilon_r = 2$の場合について，$0 \leqq y \leqq d$における電位変化の様子をグラフ２に描け。また，この場合にコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは誘電体挿入前の［㋜］倍となるから，誘電体は挿入時，［㋝］ことがわかる。

空欄㋚と㋝の選択肢

(a)　コンデンサーに引き込まれる力を受ける

(b)　コンデンサーから押し出される力を受ける

(c)　コンデンサーから力を受けない

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 35 講　確認テスト

図１のように，平行板コンデンサーと抵抗値 R の抵抗に，起電力 V の電池とスイッチ K がつながれている。このコンデンサーの極板面積を S，極板間隔を d とし，極板間は真空であるものとする。スイッチ K は開いており，コンデンサーには電荷は蓄えられていないものとする。なお，電池の内部抵抗は十分小さく，無視できるものとする。真空の誘電率 ε_0 をとして，次の各問に答えなさい。答えはそれぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び，答えなさい。

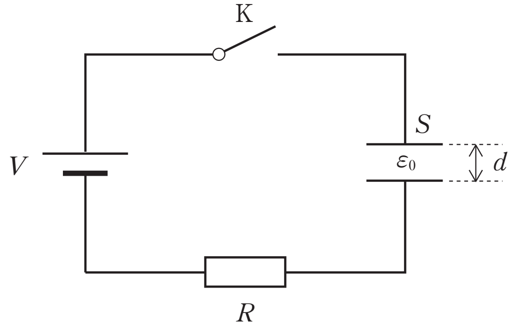


図１

はじめに，スイッチ K を閉じた。

(1)　スイッチ K を閉じた直後に抵抗を流れる電流 I を求めなさい。

(2)　じゅうぶん時間が経過してコンデンサーの充電が完了したとき，コンデンサーに蓄えられている電荷量 Q を求めなさい。

(3)　充電が完了するまでに，電池がした仕事は，$W=QV$ で与えられる。コンデンサーに蓄えられた静電エネルギー U_1 と W の比 $\dfrac{U_1}{W}$ を求めなさい。

(4)　充電が完了するまでに，抵抗 R で消費されたエネルギー J を求めなさい。

次に，充電が完了した後スイッチ K を開き，図２のように，コンデンサーに底面積 $\dfrac{S}{2}$，厚さ d，誘電率 $4\varepsilon_0$ の誘電体を極板のちょうど真ん中まで差し込んだ。

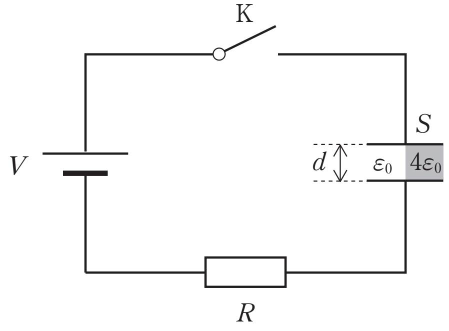


図２

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(5)　このとき，コンデンサーの電気容量 C を求めなさい。

(6)　コンデンサーに蓄えられているエネルギー U_2 を求めなさい。

〔解答群〕

(1)　ア．$I=\dfrac{\sqrt{2}V}{R}$　イ．$I=\dfrac{V}{R}$　ウ．$I=\dfrac{V}{R^2}$　エ．$I=\dfrac{V^2}{R}$

オ．$I=\dfrac{3V}{2R}$

(2)　ア．$Q=\dfrac{\varepsilon_0 dV}{S}$　イ．$Q=\dfrac{\varepsilon_0 d}{SV}$　ウ．$Q=\dfrac{\varepsilon_0 dS}{V}$　エ．$Q=\dfrac{\varepsilon_0 SV}{d}$

オ．$Q=\dfrac{\varepsilon_0 S}{dV}$

(3)　ア．$\dfrac{U_1}{W}=1$　イ．$\dfrac{U_1}{W}=\dfrac{1}{2}$　ウ．$\dfrac{U_1}{W}=\dfrac{1}{4}$　エ．$\dfrac{U_1}{W}=2$

オ．$\dfrac{U_1}{W}=0$

(4)　ア．$J=\dfrac{\varepsilon_0 SV^2}{2d}$　イ．$J=\dfrac{\varepsilon_0 dV^2}{2S}$　ウ．$J=\dfrac{V^2}{2R}$　エ．$J=0$

オ．$J=\dfrac{RV^2}{2}$

(5)　ア．$C=\dfrac{2\varepsilon_0 S}{5d}$　イ．$C=\dfrac{2\varepsilon_0 d}{5S}$　ウ．$C=\dfrac{5\varepsilon_0 S}{2d}$　エ．$C=\dfrac{5\varepsilon_0 S}{d}$

オ．$C=\dfrac{5\varepsilon_0 d}{2S}$

(6)　ア．$U_2=\dfrac{\varepsilon_0 dV^2}{5S}$　イ．$U_2=\dfrac{\varepsilon_0 SV^2}{2d}$

ウ．$U_2=\dfrac{5\varepsilon_0 dV^2}{4S}$　エ．$U_2=\dfrac{5\varepsilon_0 SV^2}{4d}$

オ．$U_2=\dfrac{\varepsilon_0 SV^2}{5d}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 35 講　解答

1

問１　(1)　$C_0=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$ [F]　　(2)　$E_0=\dfrac{V}{d}$ [V/m]

問２　(1)　$C_1=\varepsilon_0\dfrac{3}{2d}S$ [F]，$C_2=\varepsilon_0\dfrac{3}{d}S$ [F]

(2)　$C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$ [F]　　(3)　$E_1=\dfrac{V}{d}$ [V/m]，$E_2=\dfrac{V}{d}$ [V/m]

問３　(1)　$C_3=\varepsilon_0\dfrac{3\varepsilon_r}{2+\varepsilon_r}\dfrac{S}{d}$ [F]　　(2)　$E_3=\dfrac{3}{2+\varepsilon_r}\dfrac{V}{d}$ [V/m]

(3)　$E_4=\dfrac{3\varepsilon_r}{2+\varepsilon_r}\dfrac{V}{d}$ [V/m]

問４　$C_4=\varepsilon_0\dfrac{1+2\varepsilon_r}{2+\varepsilon_r}\dfrac{S}{d}$ [F]

2

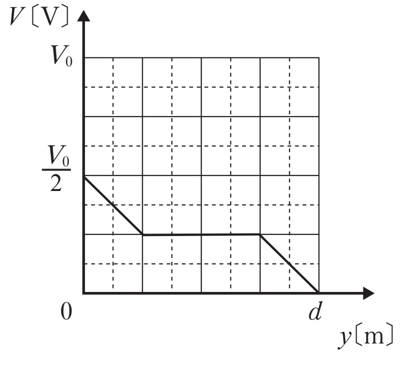
(1)　(ア)　$\dfrac{1}{\varepsilon_0 S}$　　(イ)　$\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$　　(ウ)　Q_0　　(エ)　$\dfrac{1}{2}Q_0$

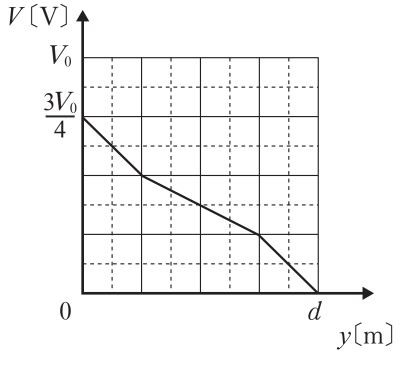
(オ)　ジュール熱［抵抗における発熱］

(2)　(カ)　$\dfrac{{Q_0}^2}{2\varepsilon_0 S}$　　(キ)　$\dfrac{1}{2\varepsilon_0 S}$　　(ク)　$\dfrac{1}{2}$

(3)　(ケ)　2　　(コ)　$\dfrac{1}{2}$　　(サ)　(a)　グラフ１　次図（左）

(4)　(シ)　$\dfrac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}$　　(ス)　$\dfrac{3}{4}$　　(セ)　(a)　グラフ２　次図（右）





©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第35講　確認テスト

【解答】

(1)　イ　(2)　エ　(3)　イ　(4)　ア　(5)　ウ　(6)　オ

【解説】

(1)　Kを閉じた直後は，コンデンサーは導線とみなしてよい。

$$\therefore\quad I=\boldsymbol{\frac{V}{R}}$$

(2)　静電容量は $C_0=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ となるので，

$$Q=C_0V=\boldsymbol{\frac{\varepsilon_0 SV}{d}}$$

(3)　まず，

$$W=QV=(C_0V)V=C_0V^2,\quad U_1=\frac{1}{2}C_0V^2$$

だから，

$$\frac{U_1}{W}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

(4)

$$J=W-U_1=\frac{1}{2}C_0V^2=\boldsymbol{\frac{\varepsilon_0 SV^2}{2d}}$$

(5)

$$C=\frac{\varepsilon_0\left(\frac{S}{2}\right)}{d}+\frac{4\varepsilon_0\left(\frac{S}{2}\right)}{d}=\frac{5}{2}C_0=\boldsymbol{\frac{5\varepsilon_0 S}{2d}}$$

(6)

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2d}{5\varepsilon_0 S}\left(\frac{\varepsilon_0 SV}{d}\right)^2=\boldsymbol{\frac{\varepsilon_0 S}{5d}V^2}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。